

数学1年—自己評価テスト—3章. 方程式

この章では、方程式や比例式を解くこと、方程式や比例式をつかって問題を解決することなどを学びました。小学校では、文章題をいろいろ工夫して解きました。しかし、ここでは方程式や比例式をつくり、いったん問題から離れて方程式や比例式を解き、その解が問題にあっているかどうかを調べて解決しました。この手順のほうが、問題を解くのに便利なのです。いろいろな現実の問題を方程式や比例式を使って解決してみましょう。

問 題	解 答	解 説
①	(1), (3)	<p>〔覚えておこう〕 方程式の解とは、その方程式の文字にあてはまる値のことである。したがって、値を代入して、等式が成り立てば、その値はその方程式の解といえる。</p> <p>方程式の <math>x</math> に <math>-2</math> を代入すると、(1) 左辺 <math>= -2 + 5 = 3</math>, 右辺 <math>= 3</math> だから、解である。                  (2) 左辺 <math>= 2 \times (-2) + 3 = -1</math>, 右辺 <math>= 7</math> だから、解ではない。                  (3) 左辺 <math>= 7 \times (-2) + 3 = -11</math>, 右辺 <math>= 6 \times (-2) + 1 = -11</math> だから、解である。</p>
②	(1) $x = 13$ (2) $x = -3$ (3) $x = 28$ (4) $x = -16$	<p>〔覚えておこう〕 等式の性質 <math>A=B</math> ならば、  <math>A+C=B+C</math>, <math>A-C=B-C</math>, <math>A \times C=B \times C</math>, <math>A \div C=B \div C</math></p> <p>等式の性質を使って解く、方程式の解法の問題である。                  (1) 両辺に <math>8</math> をたして、<math>x = 13</math>      (2) 両辺から <math>5</math> をひいて、<math>x = -3</math>                  (3) 両辺に <math>4</math> をかけて、<math>x = 28</math>      (4) 両辺に <math>-\frac{4}{3}</math> をかけて、<math>x = -16</math></p> <p>☞ (4)は、両辺に <math>4</math> をかけて、<math>-3x = 48</math>, 両辺を <math>-3</math> でわって、<math>x = -16</math> としてもよい。</p>
③	(1) $x = 2$ (2) $x = -3$ (3) $x = -3$ (4) $x = 2$	<p>〔覚えておこう〕 式の一方の辺の項を、符号を変えて、他方の辺に移すことを移項という。                  方程式を解くには、ふつう、移項することによって、文字の項を左辺に、数の項を右辺に集める。</p> <p>(1) <math>-20</math> を右辺に移項し、<math>9x = -2 + 20</math>, <math>9x = 18</math>, <math>x = 2</math>                  (2) <math>x</math> を左辺に移項し、<math>3x - x = -6</math>, <math>2x = -6</math>, <math>x = -3</math>                  (3) <math>-1</math> と <math>9x</math> を移項し、<math>5x - 9x = 11 + 1</math>, <math>-4x = 12</math>, <math>x = -3</math>                  (4) <math>6</math> と <math>4x</math> を移項し、<math>x - 4x = -6</math>, <math>-3x = -6</math>, <math>x = 2</math></p>
④	(1) $x = -7$ (2) $x = -1$ (3) $x = -6$ (4) $x = 4$	<p>〔覚えておこう〕 かっこがある方程式は、まず、かっこをはずしてから、移項して解く。                  係数に分数をふくんだ方程式では、分母の公倍数を両辺にかけて、分数をふくまない式におしてから解くとよい。</p> <p>(1) かっこをはずすと、<math>3x - 12 = 5x + 2</math>, <math>3x - 5x = 2 + 12</math>, <math>-2x = 14</math>, <math>x = -7</math>                  (2) かっこをはずすと、<math>11 - 12 + 20x = 15x - 6</math>, <math>-1 + 20x = 15x - 6</math>                  (3) 両辺に <math>6</math> をかけて、<math>8x + 30 = 3x</math>, <math>8x - 3x = -30</math>, <math>5x = -30</math>, <math>x = -6</math>                  (4) 両辺に <math>6</math> をかけて、<math>3(3x + 4) - 2(x - 1) = 42</math>, <math>9x + 12 - 2x + 2 = 42</math>, <math>7x + 14 = 42</math></p>
⑤	$a = 7$	<p><math>x = 3</math> が方程式の解であるということは、与えられた方程式の <math>x</math> に <math>3</math> を代入したとき、等式が成り立つということである。したがって、  <math>a \times 3 - 2 = 4 \times 3 + a</math>, <math>3a - 2 = 12 + a</math>, <math>3a - a = 12 + 2</math>, <math>2a = 14</math>, <math>a = 7</math></p>
⑥	(1) $x = 7$ (2) $x = 3$ (3) $x = \frac{16}{5}$ (4) $x = 3$	<p>〔覚えておこう〕 比例式の性質 <math>a:b=c:d</math> ならば <math>ad=bc</math>                  外側の項の積と内側の項の積は等しいという、比例式の性質を使って解く。</p> <p>(1) 外側の項の積 <math>x \times 6</math> と内側の項の積 <math>14 \times 3</math> は等しいから、<math>6x = 42</math>, <math>x = 7</math>                  (2) 外側の項の積 <math>9 \times 4</math> と内側の項の積 <math>x \times 12</math> は等しいから、<math>12x = 36</math>, <math>x = 3</math>                  (4) 外側の項の積と内側の項の積は等しいから、<math>7 \times (x + 5) = 4 \times 14</math> かっこをはずして解く。</p>
⑦	(1) $1000 - (6x + 450) = 190$ (2) 60円	<p>(1) (出したお金) - (鉛筆代 + 筆箱代) = (残金) の関係から方程式をつくる。                  (出したお金) - (鉛筆代) - (筆箱代) = (残金) より、<math>1000 - 6x - 450 = 190</math> としてもよい。                  (2) <math>1000 - 6x - 450 = 190</math>, <math>-6x = 190 - 550</math>, <math>-6x = -360</math>, <math>x = 60</math></p>
⑧	方程式... $8x - 4 = 7x + 4$ 生徒... 8人 鉛筆... 60本	<p><math>x</math>人に <math>8</math>本ずつ配ると <math>4</math>本たりないことから、鉛筆の本数は、<math>8x - 4</math> (本)  <math>x</math>人に <math>7</math>本ずつ配ると <math>4</math>本余ることから、鉛筆の本数は、<math>7x + 4</math> (本)                  これらは等しいから、<math>8x - 4 = 7x + 4</math> これを解くと、<math>8x - 7x = 4 + 4</math>, <math>x = 8</math>                  生徒の人数が <math>8</math>人だから、鉛筆の本数は、<math>8 \times 8 - 4 = 60</math> (本)                  ☞ 鉛筆の本数は、<math>7 \times 8 + 4 = 60</math> (本) で求めてもよい。</p>
⑨	(1) 方程式... $\frac{x}{4} + \frac{x}{6} = \frac{5}{2}$ 道のり... 6km (2) 時速 4.8km	<p>(1) 時間 = 道のり ÷ 速さ だから、行きにかかった時間は <math>\frac{x}{4}</math> 時間、帰りにかかった時間は <math>\frac{x}{6}</math> 時間                  また、2時間30分 = <math>\frac{5}{2}</math> 時間より、<math>\frac{x}{4} + \frac{x}{6} = \frac{5}{2}</math> これを解くと、<math>x = 6</math>                  (2) 往復の道のりは、<math>6 \times 2 = 12</math> (km)                  これを <math>\frac{5}{2}</math> 時間で歩いたのだから、平均の速さは、<math>12 \div \frac{5}{2} = 4.8</math> (km/h)                  ☞ 毎時4.8km, 時速 <math>\frac{24}{5}</math> km などとしてもよい。                  なお、行きが時速 <math>4</math> km, 帰りが時速 <math>6</math> kmだから、平均の速さは <math>(4 + 6) \div 2 = 5</math> から、時速 <math>5</math> km としてはいけない。求める速さは、往復の道のり、往復にかかった時間で考えること。</p>
⑩	比例式... $360 : x = 4 : 5$ 横の長さ... 450 cm	<p>縦と横の長さの比が <math>4 : 5</math> だから、<math>360 : x = 4 : 5</math> これを解くと、<math>4x = 360 \times 5</math>                  両辺を <math>4</math> でわって <math>x = 90 \times 5 = 450</math></p>